

Sadržaj

Uvod.....	2
Udžbenik u formalnom obrazovanju.....	3
Udžbenici u douniverzitetском obrazovanju.....	5
Udžbenici u visokom obrazovanju.....	5
Kvalitet udžbenika	6
Razvoj udžbenika.....	8
Pet pravila razvoja udžbenika	8
Dodatne preporuke za pripremu udžbenika	11
Osvrt na udžbenike iz matematike	12
Umesto zaključka.....	16
Literatura.....	16

Uvod

Bilo bi zanimljivo sprovesti istraživanje koja je prva asocijacija na pojam UDŽBENIK. Pretpostavka je da je za nastavnike u douniverzitetском obrazovanju udžbenik značajniji u nastavnom procesu nego nastavnicima u visokom obrazovanju. Iz tih razloga će u prvom delu materijala koji je pred vama biti predstavljeno mesto udžbenika u formalnom obrazovanju sa akcentom na razliku između douniverzitetского i univerzitetского obrazovanja. Drugi deo je posvećen kvalitetu udžbenika. Da li i na koji način se procenjuje koliko ulogu imaju korisnici (učenici i studenti) u proceni kvaliteta, a koliko recenzenti ili nastavnici? U trećem delu su predstavljena pravila i dodatne preporuke za pripremu dobrog univerzitetского udžbenika. Konačno, u četvrtom delu dat je osvrt na udžbenike iz oblasti matematike.

Kako bi sadržaj ovog materijala bio povezan sa praksom, predlažemo da kroz njegov sadržaj prolazite na sledeći način. Bio bi dobro da radite u paru sa koleginicom ili kolegom koji ne realizuju nastavu iz iste oblasti kao i vi. Zatim bi svaki par trebalo da izabere po jedan univerzitetски udžbenik za osnovne akademske studije iz svojih oblasti. Na primer, jedan udžbenik može da bude Algebra 1, a drugi Analiza 1, ako par čine dvoje nastavnika iz matematike ili Analiza 1 i Mehanika, ako par čine nastavnik iz oblasti matematike i nastavnik iz oblasti fizike. Oba člana para trebalo bi da imaju na raspolaganju oba izabrana udžbenika. Koristeći predloženi postupak savladavanja materijala, bićete u mogućnosti da na jednostavniji način razumete i kritički se osvrnete na izloženi sadržaj.

Priprema za vežbu:

Rad u paru: dva nastavnika iz različitih oblasti

Nastavnik 1 čija je oblast X.

Nastavnik 2 čija je oblast Y.

Korak 1: Izbor udžbenika za analizu

 Udžbenik X za osnovne studije iz oblasti X

 Udžbenik Y za osnovne studije iz oblasti Y

Korak 2: svaki član para treba da poseduje oba udžbenika

✓ Nastavnik 1 udžbenik X će ocenjivati kao recenzent, dok će udžbenik Y procenjivati kao student.

✓ Nastavnik 2 udžbenik Y će procenjivati kao recenzent, dok će udžbenik X ocenjivati kao student.

Udžbenik u formalnom obrazovanju

Dvadeset prvi vek doneo je teško predvidive promene u obrazovanju na svim nivoima. Brzina promena koje se dešavaju u svetu morala bi uzrokovati velike promene u učionici, ako želimo da učenici i studenti ostvare potrebne ciljeve za nastavak školovanja i/ili za uključivanje na tržište rada. Jedna od ključnih kompetencija koju je neophodno razviti kod učenika/studenata je **kompetencija za celoživotno učenje**, koju možemo opisati na sledeći način.

Lični i profesionalni razvoj pojedinca prevashodno počiva na njegovoj sposobnosti da upravlja procesom učenja. Učenik/student treba da bude osposobljen da inicira učenje, da izabere strategije učenja i dizajnira kontekst u kojem uči, da prati i kontroliše napredak tokom učenja, da upravlja učenjem u skladu sa namerama i ciljem koji ima. Učenik/student ume da pronade i asimiluje nova znanja i veštine, koristeći prethodno učenje i vanškolsko iskustvo. Svestan je procesa učenja, mogućnosti i teškoća u učenju; ume da prevaziđe teškoće i da istraje u učenju. Primenjuje znanja u različitim situacijama u zavisnosti od karakteristika situacije i sopstvenih ciljeva.

Jedan od bitnih aspekata procesa učenja je pronalaženje i korišćenje nastavnih materijala. Razvoj tehnologije omogućio je da dostupnost materijala za gotovo svaku oblast eksponencijalno raste, što sa jedne strane omogućava zainteresovanima da pronađu pristup prilagođen njihovom potrebama ili mogućnostima. Međutim, sa druge strane velika dostupnost i mogućnost da baš svako može da učini dostupnim svoj pripremljeni materijal bez bilo kakve provere ili recenzije može biti uzrok širenju netačnih ili neproverenih tvrdnji, odnosno zabluda. To jeste jedan od najvećih izazova savremenog obrazovanja. Kritički pristup materijalima i odabir odgovarajućih je potreban uslov za uspešan proces učenja. Dok u formalnom i delimično u neformalnom obrazovanju nastavnik, odnosno realizator, preuzima na sebe zadatak odabira nastavnih materijala, najčešće udžbenika, u informalnom obrazovanja tu ulogu preuzima sâm student. To znači da u prvom slučaju odabir materijala vrši stručnjak za oblast ili predmet, dok u drugom slučaju to čini student/polaznik koji tek treba da razvije svoje stručne kompetencije. Možemo zaključiti da je zato rad sa nastavnim materijalima, a pre svega sa udžbenikom, izuzetno važan segment nastavnog procesa. U tom kontekstu važno je da studenti, pored sticanja predmetnih kompetencija, kroz dobro odabrane udžbenike ovladaju i dodatnim kompetencijama potrebnim za samoobrazovanje.

Prvo pitanje na koje je potrebno odgovoriti kako bismo uopšte razmatrali korišćenje i stvaranje udžbenika jeste *Šta je udžbenik?*. Intuitivno svako od nas ima predstavu šta je udžbenik ali formalnih definicija postoji puno. Neke poput

„Udžbenik je knjiga koja se koristi u proučavanju određenog predmeta.” (Merriam-Webster dictionary)

„Udžbenik je knjiga koja sadrži detaljne informacije o predmetu za osobe koji proučavaju taj predmet.” (Cambridge Dictionary)

„Udžbenik je knjiga koja se koristi u školama ili na fakultetima za formalno izučavanje predmeta” (<https://www.thefreedictionary.com/textbook>)

krajnje su jednostavne, ali i nepotpune. Sa druge strane imamo i šire definicije poput

„Udžbenik je knjiga koja sadrži sveobuhvatnu kompilaciju sadržaja iz jedne grane studija sa namerom da to objasni.” (<https://en.wikipedia.org/wiki/Textbook>)

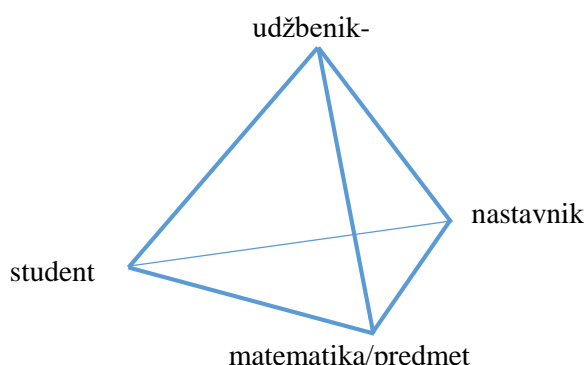
„Udžbenik je organizovano gradivo korisno za formalno izučavanje predmetne oblasti.” (https://en.wikibooks.org/wiki/Wikibooks:Textbook_considerations)

„Udžbenik je osnovno didaktički oblikovano nastavno sredstvo, u bilo kom obliku ili mediju, koje se koristi u obrazovno-vaspitnom radu u školi za sticanje znanja, veština, formiranje stavova, podsticanje kritičkog razmišljanja, unapređenje funkcionalnog znanja i razvoj intelektualnih i emocionalnih karakteristika učenika i polaznika, čiji su sadržaji utvrđeni planom i programom nastave i učenja i koji je odobren u skladu sa ovim zakonom.” (član 2, Zakon o udžbenicima, „Sl. glasnik RS”, br. 27/2018)

Udžbenici imaju veliki značaj na svim nivoima obrazovanja. Od nastanka prvog udžbenika pa sve do danas, znatno se izmenila didaktička funkcija udžbenika. U početku udžbenik je bio jedini oblik školskog programa s kojim su učenici i nastavnici dolazili u dodir. Za učenike/studente, udžbenik je bio osnovno sredstvo za učenje i to uglavnom za reproduktivni oblik učenja. Osnovna funkcija udžbenika bila je prenošenje određenih informacija prema planu i programu nastave za određeni predmet i razred, ili za određeni predmet na studijama. U današnje vreme drugačije je viđenje udžbenika, jer je težište pomerenano na osobu koja uči. Svojim sadržajem i didaktičkim sredstvima udžbenik potpomaže izgradnju znanja onoga koji uči (Ivić, Pešikan, Antić, 2003). Dakle, kod udžbenika danas dominira razvojna u odnosu na transmisivnu ulogu (ulogu prenošenja znanja). Akcenat se stavlja na proces izgradnje primenljivih znanja, uz vlastiti napor studenta.

Dobro dizajnirani udžbenici imaju potencijal da učine učenje zabavnijim, trajnijim i smislenijim sa mogućnošću da na različite načine aktivno uključe kogniciju studenta, kroz mehanizme kao što su vizuelna obrada, analitičko razmišljanje, postavljanje pitanja, ispitivanje hipoteza i verbalno rezonovanje. Udžbenik nije samo skup korisnih informacija, činjenica i materijala, on je vodič studentu za redosled pregleda koji će mu pomoći u savladavanju predmetne oblasti.

Primer: Da bi se razvilo bolje razumevanje uloge udžbenika matematike u okviru aktivnosti nastave i aktivnosti učenja matematike, razvijen je teorijski model (Rezat, 2006a)



Slika 1

Na slici 1 prikazan je Šuvelarov model zasnovan na osnovnom modelu didaktičkog sistema: ternarni odnos studenta, nastavnika i matematike. Udžbenik matematike implementiran je kao instrument na sve tri strane trougla: nastavnici koriste udžbenike kako bi pripremili nastavne jedinice, udžbenici se koriste na nastavnim časovima, i na kraju učenici uče iz udžbenika. Svaki trougao modela tetraedra predstavlja sam sistem aktivnosti. Dakle, matematički udžbenik ima uticaj na aktivnost učenja matematike u celini koja je predstavljena didaktičkim trouglom na dnu tetraedra.

Udžbenici u douniverzitetkom obrazovanju

Srbija je zemlja koja je izabrala da udžbenike i druga nastavna sredstva reguliše različito na različitim nivoima obrazovanja. Sa jedne strane, udžbenici su u dounivrezitetskom obrazovanju uređeni kroz veoma jake pravne okvire, kao i stroge procedure. Osnovni pravni akt je Zakon o udžbenicima (Zakon o udžbenicima, „Sl. glasnik RS”, br. 27/2018).

U članu 1 definisan je predmet Zakona na sledeći način

„Ovim zakonom uređuje se pripremanje, odobravanje, izbor, izdavanje, povlačenje i praćenje udžbenika i udžbeničkog kompleta, priručnika i dodatnih nastavnih sredstava za osnovnu i srednju školu.”

„Pripremanje, odobravanje i izdavanje udžbenika za ustanovu koja obavlja delatnost visokog obrazovanja uređuje se opštim aktom visokoškolske ustanove, u skladu sa posebnim zakonom.”

Pomenutim Zakonom, čija je prva verzija usvojena 2009, obezbeđena je libearalizacija tržišta udžbenikaza osnovno i srednje obrazovanje. Međutim, takav pristup doneo je dve suprotstavljene stvari.

Sa jedne strane, broj udžbenika za osnovno obrazovanje, i to pre svega za obavezne predmete, jeste velik¹, verovatno i prevelik, pa je izbor udžbenika veoma često u žiži javnosti. Iako postoje definisani standardi kvaliteta o kojima će kasnije biti više reči, i dalje su nejasni kriterijumi nastavnika prilikom izbora udžbenika.

Sa druge strane, postoji značajan deo srednjoškolskog obrazovanja, što se pre svega odnosi na stručne predmete u srednjem stručnom obrazovanju, koji nema odgovarajuću literaturu. Kako je procenat učenika u stručnom obrazovanju (oko 74%) znatno veći u odnosu na opšte (gimnazijsko) obrazovanje (oko 26%), to ukazuje da značajan deo učeničke populacije nema odgovarajuće udžbenike i da, verovatno, koriste svoje beleške ili neki drugi izvor.

Iako je Zakonom o udžbenicima i odgovarajućim podzakonskim aktima detaljno uređeno pripremanje, odobravanje, izbor, izdavanje, povlačenje i praćenje udžbenika, ostaje nepokriven izuzetno važan segment, a to je korišćenje udžbenika. Način korišćenja udžbenika u celosti je ostavljen predmetnom nastavniku, koji, ako proceni, ne mora da koristi udžbenik u nastavi. Na osnovu ovakvog pristupa možemo postaviti hipotezu da učenici ne ovladaju korišćenjem udžbenika i radom sa tekstem na sistemski način.

Udžbenici u visokom obrazovanju

U visokom obrazovanju udžbenik postaje značajan iz dva razloga. Prvi se odnosi na izbore u zvanja, a drugi se odnosi na postupak akreditacije ustanove i studijskih programa.

IZBOR U NASTAVNIČKO ZVANJE: Obavezni uslov za izbor u zvanje vanredni i redovni profesor u prirodno-matematičkom i tehničko-tehnološkom polju:
Najmanje jedna od navedenih publikacija: objavljena monografija, objavljen udžbenik za oblast za koju se bira, poglavlje u udžbeniku ili monografiji, zbirka zadataka ili praktikum.

¹ Katalozi odobrenih udžbenika dostupni su na <http://www.mpn.gov.rs/udzbenici/>

AKREDITACIJA STUDIJSKOG PROGRAMA: Pravilnik o standardima i postupku za akreditaciju visokoškolskih ustanova („Službeni glasnik RS”, br. 13/2019)

Standard 10: Biblioteka, udžbenici i informatička podrška

Visokoškolska ustanova ima odgovarajuću biblioteku snabdevenu potrebnim udžbenicima za izvođenje nastave i informatičke resurse i servise koje koristi u cilju ispunjenja osnovnih zadataka

*10.2. Visokoškolska ustanova obezbeđuje pokrivenost svih predmeta odgovarajućom **udžbeničkom literaturom**, učilima i pomoćnim nastavnim sredstvima. Učila i pomoćna nastavna sredstva moraju biti raspoloživi na vreme i u broju dovoljnom da se obezbedi normalno odvijanje nastavnog procesa.*

Standard 11: Unutrašnji mehanizmi za osiguranje kvaliteta

*11.4. Visokoškolska ustanova posebno prati kvalitet izvođenja nastave, obavljanja ispita, uspešnost studenata u studiranju u celini i na pojedinačnim predmetima, kvalitet **udžbenika** i preduzima potrebne mere za otklanjanje uočenih nedostataka.*

Svaka akreditovana visokoškolska ustanova ima usvojen pravilnik kojim se uređuje odobranje udžbenika. Međutim sadržaji pravilnika se u velikoj meri razlikuju.

Primeri pravilnika kojima se uređuje oblast udžbeničke literature na visokoškolskim ustanovama u Republici Srbiji.

Pravilnik o nastavnoj literaturi, Univerzitet u Novom Sadu (<http://www.uns.ac.rs/index.php/univerzitet/javnost-rada-2/dokumenti/aktiuns/send/35-pravilnici/257-prailnik-nastavna-literatura>)

Pravilnik o udžbenicima na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Novom Sadu (<https://www.pmf.uns.ac.rs/wp-content/uploads/2019/12/3Pravilnik-o-udzbenicima.pdf>)

Pravilnik o udžbenicima na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Nišu (https://www.pmf.ni.ac.rs/download/akta/akta_fakulteta/pravilnik/Pravilnik-o-udzbenicima.pdf)

Kvalitet udžbenika

Primarni cilj udžbenika nije davanje informacija o određenom predmetu, već omogućavanje da se razvije pravilno razumevanje predmeta. Presentacija je izuzetno važna i pripremljena je da služi određenom nivou čitalačke publike. Udžbenik ni po sadržaju, ni po korisnicima ne može biti sveobuhvatan. Dobar udžbenik uzima u obzir način poučavanja i nivo čitalačke publike.

Udžbenici bi trebalo da ispune dva uslova. Prvi od njih su zahtevi vezani za sadržaj (domen) predmeta. Kako udžbenike u najvećoj meri pišu stručnjaci za predmet, ovaj uslov najčešće je ispunjen. Međutim, drugi uslov tiče se mogućnosti spoznaje učenika, što se može opisati i kao: prilagođenost udžbenika studentu koji nema odgovarajuća znanja za predmetnu oblast, ali koja bi trebalo da stekne koristeći udžbenik. Dok je prvi uslov relativno lako proveriti, ovaj drugi uslov je vrlo često teško proceniti.

Udžbenici dolaze u raznim oblicima i formatima, u zavisnosti od predmeta i mogućnosti studenata. Većina udžbenika u našem obrazovnom sistemu štampa se na papiru, koji je i dalje odličan medij, ali sve veći broj izdavačkih kuća, i posebno samoizdavača, koristi digitalne medije (npr. Epub, iBooks, veb stranice ...) za isporuku sadržaja i doprinos efikasnijoj nastavi i uspešnom učenju.

Kako je već napomenuto, na različitim nivoima obrazovanja odobranje udžbenika uređeno je na različite načine. U douniverzetskom obrazovanju proces odobranja i izdavanja strogo je

definisan, dok je na visokom obrazovanju situacija znatno drugačija. U douniverzitetskom obrazovanju, za razliku od visokog obrazovanja, kvalitet udžbenika jasno je definisan i svi odobreni udžbenici ispunjavaju minimum definisanih zahteva. Kao posledica ovakvog pristupa jeste zastupljenost kvalitetnijih udžbenika u douniverzitetskom obrazovanju u odnosu na visoko obrazovanje.

U nastavku ukratko predstavljamo standarde kvaliteta udžbenika kao osnovne elemente u postupku odobravanja udžbenika u douniverzitetskom obrazovanju. Na osnovu Zakona o udžbenicima donet je Pravilnik o standardima kvaliteta udžbenika i uputstvo o njihovoj upotrebi („Sl. glasnik RS”, br. 45/2018) kojim je definisano pet oblasti standarda.

Šta su standardi kvaliteta udžbenika?

- ✓ *uslovi koje treba da ispune udžbenici i druga nastavna sredstva koja se odobravaju za korišćenje u predškolskim ustanovama, osnovnim i srednjim školama*

Na šta se odnose standardi kvaliteta udžbenika?

- ✓ *na sadržaj, pedagoško-psihološke, didaktičko-metodičke i jezičke zahteve, kao i na likovno-grafičku i tehničku opremljenost nastavnog sredstva*

Šta je svrha standarda kvaliteta udžbenika?

- ✓ *unapređenje kvaliteta udžbenika i drugih nastavnih sredstava u cilju ostvarivanja principa, ciljeva i opštih ishoda obrazovanja i vaspitanja*

Kome su namenjeni standardi?

- ✓ *autorima i izdavačima udžbenika;*
- ✓ *licima koja učestvuju u postupku davanja stručne ocene rukopisa udžbenika, odnosno stručnog i ekspertskog mišljenja*

Pravilnikom je određeno pet standarda kvaliteta udžbenika:

Standard 1 – Sadržaj udžbenika je relevantan za ostvarivanje nastavnog plana i programa

Standard 2 – Udžbenik podstiče razvoj učenika i omogućava samostalno učenje

Standard 3 – Udžbenik je oblikovan u skladu sa didaktičko-metodičkim zahtevima

Standard 4 – Jezik udžbenika je odgovarajući i funkcionalan

Standard 5 – Likovno-grafička i tehnička opremljenost udžbenika omogućavaju njegovo jednostavno korišćenje

Svaki standard procenjuje se kroz nekoliko pokazatelja. U nastavku su dati primeri pokazatelja za ispunjenost standarda 1 i standarda 3.

Pokazatelji ispunjenosti standarda 1:

1. Sadržaj udžbenika i njegov obim usklađeni su sa nastavnim planom i programom predmeta.
2. Sadržaj udžbenika doprinosi dostizanju obrazovnih standarda i razvijanju kompetencija učenika
3. Sadržaj udžbenika zasnovan je na prihvaćenim naučnim teorijama, činjenicama, zaključcima, tumačenjima, aktuelnim podacima i savremenim dostignućima.
4. U sadržaju udžbenika nema materijalnih grešaka.
5. Vizuelni sadržaji su jasni, reprezentativni i imaju različite funkcije.

6. Sadržaj udžbenika je u skladu sa sistemom vrednosti koji je definisan ciljevima obrazovanja i vaspitanja.
7. U udžbeniku se povezuju sadržaji u okviru istog predmeta i drugih predmeta.
8. Sadržaji koji nisu predviđeni nastavnim programom su funkcionalni i prate tok izlaganja u udžbeniku.

Pokazatelji ispunjenosti standarda 3:

1. Udžbenik ima jasnu, logičnu i koherentnu strukturu.
2. U udžbeniku se poštuju didaktički principi i metodika nastave predmeta.
3. Pregled sadržaja, sistem naslova i podnaslova organizovan je po jasnom principu i obezbeđuje preglednost i lako snalaženje.
4. Udžbenik sadrži strukturalne komponente: uvod, pregled sadržaja, funkcionalne celine (lekcije).
5. Funkcionalna celina (lekcija) sadrži osnovni tekst i didaktičku aparaturu (izdvojene ključne reči, primere, naloge, rezime lekcije, ilustracije – slike, sheme, mape, grafikone i sl.).
6. Primeri koji se navode u udžbeniku su funkcionalni, raznovrsni i relevantni.
7. Pitanja, zadaci i nalozi su logično povezani sa sadržajem, jasno formulisani, različiti po složenosti i funkciji i podstiču primenu naučenog.
8. Zadaci i nalozi su realno izvodljivi, uvažavaju različitost sredina u kojima učenici žive i ne dovode u opasnost učenika, niti ugrožavaju životnu sredinu.
9. Nepoznate reči i ključni pojmovi su jasno istaknuti i objašnjeni.

Razvoj udžbenika

Kako napisati dobar udžbenik je pitanje sa kojim se susreću svi nastavnici bar jednom u svom profesionalnom radu. Često je taj proces dug, naporan i prepun izazova. U nastavku ćemo se osvrnuti na neka pravila i kriterijume koji mogu pomoći budućim autorima u pristupu izradi udžbenika.

Pre svega, podsećamo da se organizacija sadržaja i teksta zasniva na preseku dva zahteva. Prvi od njih je zahtev u vezi sa predmetnim sadržajima. Budući da su autori udžbenika, po pravilu, stručnjaci za predmet kojem je udžbenik namenjen, zahtev o predmetnom sadržaju obično ne predstavlja veliki izazov. Međutim drugi zahtev se odnosi na mogućnosti studenta odnosno korisnika/čitaoca. U ovom slučaju mogu da se pojave značajna ograničenja. Iako je spoznaja ljudska sposobnost, autori koji su već savladali neko predmetno područje često zanemaruju pomenuta ograničenja. Na taj način dobijamo sa jedne strane besprekoran udžbenik u pogledu predmetnog sadržaja, ali sa druge strane gotovo neupotrebljiv za ovladavanje predmetnim sadržajima za one koji tek treba da postanu stručnjaci, odnosno za studente. U cilju što boljeg iskorišćenja studentskih sposobnosti, mogu se navesti neka pravila za strukturiranje i predstavljanje ideja, koncepata i materijala u udžbenicima.

Pet pravila razvoja udžbenika

Pristup preko standarda kvaliteta udžbenika je izrazito formalan i često veoma strog, što može dovesti do nepotrebnog insistiranja na nekim od pokazatelja s obzirom na namenu udžbenika. Standardi kvaliteta, odnosno njihovi pokazatelji, imaju veliki značaj, pre svega, za odobravanje i procenu kvaliteta udžbenika od strane recenzenata. Sa druge strane, postoje pristupi koji samo okvirno definišu principe

za pripremu dobrog udžbenika. U nastavku predstavljamo pet takvih principa, odnosno pravila, (wiki-books.org). Ovi principi u prvi plan stavljaju studenta, a autorima naglašavaju najvažnije kognitivne procese kroz koje student prolazi i o kojima je neophodno voditi računa kako bismo pripremili odgovarajući udžbenik za studenta.

Struktura materijala

Pamćenje i razumevanje unapređuju se upotrebom strukture koja oponaša strukture koje svi koristimo u našem umu za čuvanje informacija. Pre nego što možemo da koristimo ili savladamo predmet, moramo da imamo mentalnu mapu puta koja nam omogućava kretanje unutar i kroz domen predmeta. Udžbenik može najbolje da pomogne razumevanju sadržaja, čineći ovaj okvir rano vidljivim unutar svakog odeljka ili teme. Potrebno je da student prepozna i koristi okvir dok prolazi kroz udžbenik. Struktura deluje kao mentalna mapa koja omogućava studentima da se kreću unutar i kroz predmetni domen.

Pravilo 1: Održavajte konzistentnu strukturu u udžbeniku.

Okvir deluje kao mentalna mapa koja omogućava učenicima da se kreću unutar i kroz predmetnu oblast.

Terminologija

Uvođenje imena pojmova ili koncepata, ali i odgovarajućih naslova, presudni su za sposobnost prisećanja stvari koje student zna. Konzistentnom terminologijom postizemo da student može da izgradi odgovarajuću mentalnu mapu koja će mu omogućiti savladavanje predviđenih sadržaja. Važno je da se jedno ime koristi samo za jedan pojam ili element, kako ne bi dolazilo do nepotrebnih zabluda ili prepreka u razumevanju. Kao primer zbunjujućeg imena navodimo pojam *ocena parametra*, koja su u većini literature na srpskom jeziku koristi za više različitih pojmova. Sa jedne strane koristi se kao statistika, tj. funkcija nezavisnih promenljivih koja služi za ocenjivanje parametara (eng. *estimator*), dok sa druge strane, istim imenom nazivamo i vrednost te funkcije za konkretan uzorak (eng. *estimate*). Često je velika prepreka uvođenje imena za nove pojmove s obzirom na fond reči srpskog jezika. Zato je važno naglasiti da bi autori univerzitetskih udžbenika na srpskom jeziku morali da, u saradnji sa lingvistima, obogaćuju rečnik srpskog jezika uvođenjem novih pojmova. Već pomenuti primer *ocena parametra*, tako može biti zamenjen dvama pojmovima *ocenjivač parametra* kada se odnosi na funkciju, a *ocena parametra* kada se odnosi na njenu vrednost za realizovani uzorak.

U slučaju da se za pojedine pojmove koriste različita imena, važno je izabrati jedno i koristiti ga u celokupnom materijalu. Pri uvođenju pojma poželjno je spomenuti i druga imena za pojam zastupljena u relevantnoj literaturi. Kao primer navodimo pojam *obeležje* u statistici, za koji postoje i druga relevantna imena kao što su *varijabla*, *promenljiva*, *karakteristika*... Pored toga, u materijalima pisanim na srpskom jeziku potrebno je navesti i odgovarajući pojam na engleskom jeziku kako bi studentima bilo omogućeno lakše povezivanje i korišćenje drugih izvora. Za pomenuti statistički pojam *obeležje*, na engleskom se koriste različita imena kao što su *variable*, *feature*, *attribute*...

Pravilo 2: Uvedite i primenite konzistentnu terminologiju.

Okvir deluje kao mentalna mapa koja studentima omogućava da se kreću unutar i kroz predmetnu oblast. Terminologija je presudna za mogućnost prisećanja stvari koje student zna.

Obim informacija

Kada učimo iz obrisu, ilustracije ili primera, većina nas je ograničena u mogućnosti da apsorbujemo novi materijal. Kako se upoznajemo sa delom predmetnog domena, ova količina se povećava, ali za novi materijal, četiri do šest novih elemenata predstavlja razumno ograničenje. Ako kontura poglavlja sadrži dvanaest predmeta, student će zaboraviti konturu pre nego što dođe do poslednje stavke. Kada tekst ne podržava ovo pravilo, potrebno je čak i marljivom učeniku da bespotrebno ponavlja materijal.

Autori udžbenika sve vreme moraju biti svesni da materijal izlažu studentima koji nisu stručni u oblasti koja se izlaže. Zato je od ključne važnosti proceniti mogućnosti studenata da apsorbiraju nove sadržaje. Prevelika količina informacija je demotivisuća i podstiče studente ili na odustajanje ili na usvajanje sadržaja bez dovoljnog razumevanja, čime je stečeno znanje kratkotrajno i često nekorisno. Ipak, ne smemo da zaboravimo da se i obim, koji su studenti u mogućnosti da prihvate, širi kako postaju stručniji u domenu predmeta koji izučavaju. Zato se često pojavljuju značajne razlike u udžbenicima namenjenih osnovnim ili master studijama. Kod fundamentalnih predmeta (često su to obavezni predmeti na osnovnim studijama) od izuzetne je važnosti da udžbenik postupno daje informacije i da obezbeđuje da ih studenti mogu savladati.

Pravilo 3: Odredite optimalnu količinu informacija.

Ograničite količinu novih informacija koju isporučujete odjednom vodeći računa o mogućnostima studenata.

Hijerarhija

Naši mentalni okviri su hijerarhijski. Opšte poznata činjenica jeste da je kod podučavanja studenata potrebno voditi računa o sposobnosti studenta da poveže nove sadržaje sa onima koji je već savladao. Isti princip neophodno je primeniti i prilikom pripreme udžbenika. Ovaj princip se može predstaviti kroz tri nivoa hijerarhije. Osnovni nivo predstavlja sve ono što student treba da zna i što pretpostavljamo da je savladao, a neophodno je za razumevanje trenutnih sadržaja koji predstavljaju ključni element hijerarhije. Poslednji nivo je povezivanje sa sadržajima koji će tek biti obrađeni. Izlaganje materije u udžbenicima je veoma kompleksno, a princip hijerarhije je jedan od ključnih elemenata koji obezbeđuje koheziju sadržaja.

Pravilo 4: Novo znanje nadograđujte na naučena znanja.

Moramo biti sigurni da je student stekao potrebno znanje pre pristupa narednom sadržaju. Udžbenik bi trebalo da mu omogući jasan uvid u hijerarhijsku izgradnju sadržaja.

Ponavljanje

Polazeći od činjenice da većina studenata uči ponavljanjem, važno je istaći, odnosno odrediti sadržaje predmeta (činjenice, pojmove, koncepte), koji su važni da studenti dugoročno znaju. Te izabrane elemente potrebno je u udžbenicima predstaviti u više navrata. Može se dogoditi da neke elemente ponovimo i po pet-šest puta u udžbeniku. Na ovaj način postizemo da ih student savlada sa većim razumevanjem, kao i da ih uklopi ili poveže sa različitim sadržajima. Neke elemente potrebno je pono-

viti manji broj puta, dok neke elemente uopšte nećemo ponavljati. Kroz ovaj princip dodatno izgrađujemo studentovu mentalnu mapu. Vežbe i odeljci za pregled idealno doprinose osmišljenom obrascu ponavljanja.

Pravilo 5: Ponavljajte ključne elemente kako bi postali deo dugotrajnog pamćenja.

Izaberite sadržaje (činjenice, pojmove, koncepte) koje je neophodno da studenti dugoročno znaju i na njih se vraćajte nekoliko puta u udžbeniku.

Dodatne preporuke za pripremu udžbenika

Na kraju, navodimo jednostavne i korisne preporuke koje mogu biti važne u procesu stvaranja udžbenika ili nekog drugog nastavnog materijala. Preporuke su u značajnoj meri preuzete od Hose Pikadra (<https://www.josepicardo.com/education/a-textbook-problem-seven-suggestions-to-improve-the-quality-of-published-resources/>). Iako neke od preporuka deluju jednostavno, često nailazimo na udžbenike u kojima nisu primenjene.

Uvedite nove teme pozivanjem na ono što student već zna

Mnogi udžbenici uvode nove teme pozivanjem na ciljeve i ishode učenja, a zatim zaranjaju u bilo koju novu temu koju poglavlje uvodi. Budući da istraživanja pokazuju da se do boljeg učenja dolazi kada se studenti nadovezuju na prethodno znanje, poglavlja možete započeti aktivnostima koje zahtevaju od studenta da se prisete i, u izvesnom smislu, aktiviraju prethodno znanje, ojačavajući tako veze između postojećeg i novog znanja.

Povezivanje slika sa tekstom

Jasno je da bi udžbenici trebalo da budu estetski privlačni. Važno je da ne zanemarimo afektivne faktore (stavovi, predstave, osećanja) koji mogu negativno uticati na sklonost studenta da uči pre nego što je imao šansu da započne učenje. Iako stereotipno težimo da utvrdimo da je akademska strogost u negativnoj korelaciji sa brojem ilustracija, moguće je izraditi udžbenike koji su i privlačni i podržavaju efikasnu nastavu.

Nedostatak ilustracija u velikoj meri smanjuje kvalitet udžbenika, ali na isti način mogu da utiču i suviše ilustracije. Veliki izazov za autore jeste pronalaženje odgovarajućeg balansa između teksta i ilustracija i uparivanje ilustracija koje će podržati proces učenja sa tekstom.

Dobro dizajnirane grafičke ilustracije jasno prikazuju modele, predstavljaju apstraktne koncepte i otkrivaju osnovne strukture znanja koje će studentima pomoći da uspostave potrebne veze za dalje učenje.

U digitalnom okruženju ilustracije možemo oživeti, što može biti vrlo korisno, ali je važno da animacije budu jednostavne kako ne bi nepotrebno odvlačile pažnju. Pažljivo odabrani video klipovi takođe se mogu ugraditi da bi se pružili primeri i olakšalo konceptualno razumevanje.

Preplitanje različitih, ali povezanih tema i veština

Preplitanje je praksa naizmeničnog menjanja različitih tema i vrsta sadržaja. Iako intuitivno osećamo da učimo bolje usredsređivanjem na jednu temu ili veštinu, istraživanje pokazuje da se bolje učenje postiže kada se učenici istovremeno bave različitim, ali povezanim temama ili veštinama, umesto da se fokusiraju na jednu temu ili veštinu, a zatim drugu temu ili veštinu, i tako dalje. Iako se iluzija o

boljem učenju postiže proučavanjem tema u blokovima, zapravo se preplitanjem tema i veština postiže dugoročno znanje i veće sveukupno razumevanje.

Studenti i nastavnici mogu smatrati da je ovaj pristup manje prikladan i nejasniji, ali istraživanja nedvosmisleno pokazuju da preplitanje dugoročno vodi ka boljem sveukupnom učenju. U slučaju digitalnog formata udžbenika ili nastavnog materijala, pažljivo povezivanje putem hiperlinkova između srodnih tema može podržati preplitanje ključnih tema i koncepata ako se koristi digitalni format.

Podučavanje samostalnih veština učenja u cilju jačanja metakognicije

Iako mnogi udžbenici promovišu nezavisno učenje, na primer, upućujući studente na dodatne izvore, relevantne veb stranice, video klipove, i drugo, malo njih aktivno nastoji da podučava određene metakognitivne strategije kako bi pomogli studentima da postanu uspešniji u određenom predmetu. Često se smatra da je svrha udžbenika da student nauči, odnosno usvoji sadržaje, a ne da student nauči kako da uči.

Česte samoprocene

Udžbenik bi trebalo da omogući studentu samoprocenu razumevanja u svakom ključnom delu, odnosno na mestima kada se obrađuju ključni elementi sadržaja. Potrebno je izabrati odgovarajuće oblike pitanja i zadataka koji će nedvosmisleno obezbediti studentima informaciju o postignutom stepenu razumevanja sadržaja.

Vežba:

Deo 1: Ocenite u kojoj meri su ispunjena pravila i preporuke za oba izabrana udžbenika. U kom segmentu se najviše razlikuju ocene kod posmatrana dva udžbenika?

Deo 2: Ocene zamenite sa svojim parom. Koliko se slažu dobijene ocene? Gde su se pojavila najveća neslaganja?

Osvrt na udžbenike iz matematike

Matematika kao predmet, bez obzira na nivo obrazovanja, ima svoje specifičnosti. Pre svega, razumevanje matematike podrazumeva korišćenje različitih načina mišljenja i zaključivanja. Apstrakcija, generalizacija i dedukcija jesu izuzetno veliki izazovi stavljeni pred učenika ili studenta koji uči, ali i nastavnika koji podučava.

„Forme radi, pričamo ono što učenici „treba” da nauče, dok se oni bore sa mnogo značajnijim problemima, pokušavajući da nauče naš jezik i da odgonetnu naše misaone procese. Knjige to kompenzuju dajući primere za rešavanje svih mogućih tipova domaćih zadataka. Profesori kompenzuju dajući domaće i kontrolne zadatke koji su mnogo lakši od materijala koji se „prelazi” na kursu, a zatim ih ocenjuju na osnovu kriterijuma koji ne iziskuju veliko razumevanje. Pretpostavljamo da problem leži u učenicima, a ne u komunikaciji, smatrajući da učenici ili nisu dovoljno dobri ili nisu dovoljno zainteresovani. Posmatrač izvan profesije stoje u čudu pred ovim fenomenom ali mi matematičari na to samo sležemo ramenima.”
(Thurston, 1994)

Sadržaji matematike često zahtevaju velike napore od strane studenta. Formalni pristup često može da deluje demotivirajuće za studenta, pa se nameće zaključak da bi klasičan dokaz trebalo osavremeniti i ustupiti mesto ostalim sredstvima koja doprinose usvajanje matematičkih činjenica i znanja.

„Mogućni su i formalizam bez razumevanja i razumevanje bez formalizma. U svakom slučaju, sposobnost da se izrecituje naučeni dokaz teoreme nije isto što i razumevanje teoreme. Pravi cilj jeste razumeti.”(Uhl & Davis, 1999)

Razumevanje matematičkih koncepata leži u osnovi nastave matematike i neophodno je za usvajanje matematičkih sadržaja. U članku (Mac Lane 1994), autor Saunders Meklejn² predlaže sledeći redosled u razumevanju matematičkih sadržaja:

intuicija – proba – greška – razmišljanje – predviđanje – dokaz.

Za razliku od ovog, u nastavi matematike je u velikoj meri zastupljen tipičan redosled:

predavanje – memorisanje (vežbanje tipskih zadataka) – testiranje.

Značajan broj aktivnih matematičara slaže se sa opisom koji nudi Meklejn, čineći neizbežnim zaključak da se matematika koju praktikujemo ne podudara sa matematikom koju predajemo. Pitanja koja su dugi niz godina otvorena jesu:

Može li se matematika koju podučavamo dovesti u sklad sa onom koju zaista praktikujemo?

Možemo li da probudimo interes za matematiku kod učenika i studenata?

U radu (Uhl and Davis 1999), autori navode

„Od učenika je bolje tražiti objašnjenja, ne dokaze: Reči „dokazati” i „pokazati” najstrašnija su muzika za uho neiskusnog matematičara. Reč „objasniti” ne zvuči tako strašno, budući da se za objašnjenja obično smatra da nisu toliko formalna kao dokazi. S druge strane, valjano objašnjenje obično sadrži ključne ideje koje su sadržane i u formalnom dokazu, te tako koncentrisanje na objašnjenje, umesto na formalni dokaz, ne degradira matematičko razumevanje.

U stvari, formalizam i razumevanje obično ne idu pod ruku: formalizam obitava u jednom delu mozga, dok razumevanje prožima mozak, srce i dušu”.

Nakon ovog kratkog osvrt na neke ključne aspekte učenja matematike nameće se zaključak da stvaranje dobrog udžbenika iz oblasti matematike zahteva velike napore. Pre svega, prvi problem sa kojim se autori susreću je na kom nivou znanja iz matematike je student koji će koristiti udžbenik. Autori bi morali jasno da definišu šta očekuju da student zna i razume, a što obuhvata pojmove i tvrđenje, kao i nivo razumevanja. Ako studentu to jasno ne ukažemo, on će, verovatno, vrlo brzo odustati od rada sa udžbenikom ili pristupiti učenju bez razumevanja.

Udžbenici iz matematike, kao i iz drugih oblasti, razlikuju se po kvalitetu. U nastavku dajemo primere četiri udžbenika iz matematike i pozivamo čitaoca da prvo na osnovu samo izdvojenih stranica postavi hipoteze o posmatranom udžbeniku, a da zatim pristupi navedenim udžbenicima i da prikaz kvaliteta svakog od njih.

²Saunders Mac Lane (1909 - 2005)


12-4

Convergent and Divergent Series

OBJECTIVE

- Determine whether a series is convergent or divergent.

HISTORY The Greek philosopher Zeno of Elea (c. 490–430 B.C.) proposed several perplexing riddles, or paradoxes. One of Zeno's paradoxes involves a race on a 100-meter track between the mythological Achilles and a tortoise. Zeno claims that even though Achilles can run twice as fast as the tortoise, if the tortoise is given a 10-meter head start, Achilles will never catch him. Suppose Achilles runs 10 meters per second and the tortoise a remarkable 5 meters per second. By the time Achilles has reached the 10-meter mark, the tortoise will be at 15 meters. By the time Achilles reaches the 15-meter mark, the tortoise will be at 17.5 meters, and so on. Thus, Achilles is always behind the tortoise and never catches up.



Is Zeno correct? Let us look at the distance between Achilles and the tortoise after specified amounts of time have passed. Notice that the distance between the two contestants will be zero as n approaches infinity since $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10}{2^n} = 0$.

To disprove Zeno's conclusion that Achilles will never catch up to the tortoise, we must show that there is a time value for which this 0 difference can be achieved. In other words, we need to show that the infinite series $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ has a sum, or limit. *This problem will be solved in Example 5.*

Starting with a time of 1 second, the partial sums of the time series form the sequence $1, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \frac{15}{8}, \dots$. As the number of terms used for the partial sums increases, the value of the partial sums also increases. If this sequence of partial sums approaches a limit, the related infinite series is said to **converge**. If this sequence of partial sums does not have a limit, then the related infinite series is said to **diverge**.

Time (seconds)	Distance Apart (meters)
0	10
1	$\frac{10}{2} = 5$
$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	$\frac{10}{4} = 2.5$
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$	$\frac{10}{8} = 1.25$
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$	$\frac{10}{16} = 0.625$
\vdots	\vdots
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$	$\frac{10}{2^n}$

CONTENTS

Primer A: Berchie Holliday, Gilbert J. Cuevas, Melissa S. McClure (2004), *Advanced Mathematical Concepts: Precalculus with Applications*, p.786

144
APPLIED FUNCTIONAL ANALYSIS

which implies that $x - y \in \mathcal{N}(T)$ and consequently $x - y = 0$ or $x = y$. ■

Before we proceed with the next examples we shall prove a fundamental equality relating rank and nullity of a linear transformation T defined on a finite-dimensional space.

THEOREM 2.5.1
(Rank and Nullity Theorem)

Let V be a finite-dimensional vector space and $T : V \rightarrow W$ denote a linear transformation from V into another vector space W . Then

$$\dim V = \dim \mathcal{N}(T) + \dim \mathcal{R}(T)$$

i.e., the sum of rank and nullity of linear transformation T equals the dimension of space V .

PROOF Denote $n = \dim V$ and let e_1, \dots, e_n be an arbitrary basis of the null space. According to Theorem 2.4.3, the basis e_1, \dots, e_n can be extended to a basis $e_1, \dots, e_n, e_{n+1}, \dots, e_m$ for the whole V with vectors e_{n+1}, \dots, e_m forming a basis for a complement of $\mathcal{N}(T)$ in V . We claim that vectors $T(e_{n+1}), \dots, T(e_m)$ are linearly independent and that they span the range space $\mathcal{R}(T)$. To prove the second assertion pick an arbitrary vector $w \in \mathcal{R}(T)$. Representing vector w in basis e_i , we get

$$\begin{aligned} w &= T(v_1 e_1 + \dots + v_k e_k - v_{k+1} e_{n+1} + \dots + v_n e_n) \\ &= v_1 T(e_1) + \dots + v_k T(e_k) + v_{k+1} T(e_{n+1}) + \dots + v_n T(e_n) \\ &= v_{k+1} T(e_{n+1}) + \dots + v_n T(e_n) \end{aligned}$$

since the first k vectors vanish. Thus $T(e_{n+1}), \dots, T(e_m)$ span $\mathcal{R}(T)$. Consider now an arbitrary linear combination with coefficients $\alpha_{k+1}, \dots, \alpha_n$ such that

$$\alpha_{k+1} T(e_{n+1}) + \dots + \alpha_n T(e_n) = 0$$

But T is linear, which means that

$$T(\alpha_{k+1} e_{n+1} + \dots + \alpha_n e_n) = \alpha_{k+1} T(e_{n+1}) + \dots + \alpha_n T(e_n) = 0$$

and consequently

$$\alpha_{k+1} e_{n+1} + \dots + \alpha_n e_n \in \mathcal{N}(T)$$

The only vector, however, which belongs simultaneously to $\mathcal{N}(T)$ and its complement is the zero vector and therefore

$$\alpha_{k+1} e_{n+1} + \dots + \alpha_n e_n = 0$$

which, since e_{n+1}, \dots, e_m are linearly independent, implies that $\alpha_{k+1} = \dots = \alpha_n = 0$ from which in turn follows that $T(e_{n+1}), \dots, T(e_m)$ are linearly independent as well.

Primer B: Demkowicz, Leszek; Oden, John Tinsley (2018), *Applied functional analysis*, p.144

- 7.1.6. Write out the system of equations for the linear map whose corresponding matrix is $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.
- 7.1.7. Write out the system of equations for the linear map whose corresponding matrix is $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 7.1.8. Where would the point $(7, 8)$ be mapped to by the linear map whose corresponding matrix is $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$?

7.2 Old Friends

In this section, we'll be taking a closer look at some of the things that linear maps can do for us. You'll see that some of the transformations you've known for years can be achieved by matrix multiplication!

Mirror Images

Working on a 2-dimensional plane, one of the basic transformations that we might want to consider is reflection. Reflection is the process of taking the "mirror image" of the plane, about some given axis of reflection. We'll start by looking at reflection in lines which result in particularly nice matrices, and then we'll move onto a general case.

First up, we're going to look at reflection in the x -axis, as shown in Figure 7.1.

Let's consider exactly what a reflection like this does to our (x_0, y_0) . The x coordinate is the same before and after the reflection, so we can immediately see that $x_1 = x_0$. The y coordinate, however, doesn't stay the same: its sign is reversed when the reflection takes place. This means that $y_1 = -y_0$. Putting these two equalities together gives us:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 \\ y_1 &= -y_0 \end{aligned}$$

This corresponds to the matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

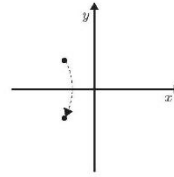


Figure 7.1

Similarly, we can reflect about the y axis. This time our y coordinate is left unchanged by the reflection while the sign of the x coordinate changes, so our system of equations is:

$$\begin{aligned} x_1 &= -x_0 \\ y_1 &= y_0 \end{aligned}$$

This corresponds to the matrix:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Now that we've seen some specific cases of reflection, it's time to move towards a more general case. We're going to examine reflection about *any* line passing through the origin: the two lines above were certainly examples of that, so let's explore a little deeper. A good starting point would be reflection about the line $y = x$, as in Figure 7.2.

Let's think carefully about what this reflection does to (x_0, y_0) . After we apply the reflection, the x coordinate becomes the y coordinate and the y coordinate becomes the x coordinate. We therefore have the system of equations:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_0 \\ y_1 &= x_0 \end{aligned}$$

Which corresponds to the matrix:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Primer C: Edward Hurst, Martin Gould (2009) Bridging the Gap to University Mathematics. p 95–96

SYMBOLIC LOGIC AND PROOFS

Logic is the study of consequence. Given a few mathematical statements or facts, we would like to be able to draw some conclusions. For example, if I told you that a particular real-valued function was continuous on the interval $[0, 1]$, and $f(0) = -1$ and $f(1) = 5$, can we conclude that there is some point between $[0, 1]$ where the graph of the function crosses the x -axis? Yes, we can, thanks to the Intermediate Value Theorem from Calculus. Can we conclude that there is exactly one point? No. Whenever we find an "answer" in math, we really have a (perhaps hidden) argument. Mathematics is really about proving general statements (like the Intermediate Value Theorem), and this too is done via an argument, usually called a proof. We start with some given conditions, the *premises* of our argument, and from these we find a consequence of interest, our *conclusion*.

The problem is, as you no doubt know from arguing with friends, not all arguments are *good* arguments. A "bad" argument is one in which the conclusion does not follow from the premises, i.e., the conclusion is not a consequence of the premises. Logic is the study of what makes an argument good or bad. In other words, logic aims to determine in which cases a conclusion is, or is not, a consequence of a set of premises.

By the way, "argument" is actually a technical term in math (and philosophy, another discipline which studies logic):

Arguments.

An **argument** is a set of statements, one of which is called the **conclusion** and the rest of which are called **premises**. An argument is said to be **valid** if the conclusion must be true whenever the premises are all true. An argument is **invalid** if it is not valid; it is possible for all the premises to be true and the conclusion to be false.

For example, consider the following two arguments:

- If Edith eats her vegetables, then she can have a cookie.
Edith eats her vegetables.
 \therefore Edith gets a cookie.
- Florence must eat her vegetables in order to get a cookie.
Florence eats her vegetables.
 \therefore Florence gets a cookie.

(The symbol " \therefore " means "therefore".)

Are these arguments valid? Hopefully you agree that the first one is but the second one is not. Logic tells us why by analyzing the structure of the statements in the argument. Notice the two arguments above look almost identical. Edith and Florence both eat their vegetables. In both cases there is a connection between the eating of vegetables and cookies. But we claim that it is valid to conclude that Edith gets a cookie, but not that Florence does. The difference must be in the connection between eating vegetables and getting cookies. We need to be skilled at reading and comprehending these sentences. Do the two sentences mean the same thing? Unfortunately, in everyday language we are often sloppy, and you might be tempted to say they are equivalent. But notice that just because Florence *must* eat her vegetables, we have not said that doing so would be *enough* (she might also need to clean her room, for example). In everyday (non-mathematical) practice, you might be tempted to say this "other direction" is implied. In mathematics, we never get that luxury.

Before proceeding, it might be a good idea to quickly review Section 0.2 where we first encountered statements and the various forms they can take. The goal now is to see what mathematical tools we can develop to better analyze these, and then to see how this helps read and write proofs.

3.1 PROPOSITIONAL LOGIC

Investigate!

You stumble upon two trolls playing *Siratego*®. They tell you:

Troll 1: If we are cousins, then we are both knaves.

Troll 2: We are cousins or we are both knaves.

Could both trolls be knights? Recall that all trolls are either always-truth-telling knights or always-lying knaves.

Attempt the above activity before proceeding.

A **proposition** is simply a statement. **Propositional logic** studies the ways statements can interact with each other. It is important to remember that propositional logic does not really care about the content of the statements. For example, in terms of propositional logic, the claims, "if the moon is made of cheese then basketballs are round," and "if spiders have eight legs then Sam walks with a limp" are exactly the same. They are both implications: statements of the form, $P \rightarrow Q$.

Primer D: Oscar Levin (2019) Discrete Mathematics. An Open Introduction, p 197–198

Umesto zaključka

Udžbenici su i dalje jedan od ključnih elemenata nastavnog procesa. Postoje različiti izazovi koji su danas prisutni kod korišćenja udžbenika i različiti pogledi na njihovu budućnost. Ipak, teško je zamisliti formalno, ali i druge oblike obrazovanja, bez udžbenika ili odgovarajućih nastavnih materijala.

Naravno, različiti obrazovni sistemi susreću se sa različitim problemima. U Srbiji je jedan od najvećih problema nedovoljan broj udžbenika na srpskom jeziku. Prevođenje ili pisanje udžbenika je zahtevan i skup posao, pa mala tržišta kao što je tržište u našoj zemlji ne omogućuju jednostavno rešenje ovog problema. Sa druge strane, u nekim obrazovnim sistemima cena univerzitetskih udžbenika predstavlja jedan od ključnih problema. U radu (Martin, Belikov, Hilton III, Wiley, & Fischer, 2017) sproveli su istraživanje na velikom privatnom univerzitetu (Univerzitet Brigham Young, Provo, Utah, USA). Studenti koji su učestvovali u istraživanju izjasnili su se da donose odluke koje će kurseve pohađati na osnovu specifičnih troškova udžbenika. Sa druge strane fakulteti su naveli da su spremni da koriste otvorene udžbenike kako bi olakšali teret studentima, ali nisu sigurni gde mogu naći povoljne mogućnosti. Pokazalo se da 66% učenika ove institucije nije kupilo udžbenik zbog troškova. Takođe je utvrđeno da bi 91% nastavnika u ovoj instituciji bilo spremno da koristi OER alternative i da bi 53% njih pozdravilo pomoć u identifikovanju i prilagođavanju materijala za svoj kurs.

Jung, Bauer i Heaps (Jung, Bauer, & Heaps, 2017) takođe istražuju mogućnost otvorenih obrazovnih resursa (OER) u visokom obrazovanju. Visoka cena školarine i udžbenika može imati negativan uticaj na potencijalne studente nižeg socioekonomskog porekla. Otvoreni obrazovni resursi nude studentima mogućnost uštede troškova obrazovanja uz korišćenje visokokvalitetnih otvorenih udžbenika. Predstavljena studija istražuje otvorene udžbenike koje pruža OpenStak. Tačnije, studija koristi COUP (Troškovi, Ishodi, Upotreba, Percepcije) okvir za ispitivanje: (1) smanjenja troškova, (2) ishoda, (3) upotrebe i (4) percepcije fakulteta o kvalitetu OpenStak udžbenika. Sve u svemu, nalazi sugerišu da se upotrebom udžbenika OpenStak može postići značajna finansijska ušteda uz određene predagoške promene.

Zainteresovane čitaoce upućujemo na nova istraživanja koja se odnose na upotrebu udžbenika u visokom obrazovanju kao i (ne)mogućnostima digitalnih udžbenika da zamene papirne verzije (Fischer, Hilton, Robinson, & Wiley, 2015; Meyer et al., 2015; Shepperd, Grace, & Koch, 2008)

Literatura

- Berchie Holliday, Gilbert J. Cuevas, Melissa S. McClure (2004), *Advanced Mathematical Concepts: Precalculus with Applications*, Glencoe/McGraw-Hill
- Demkowicz, Leszek; Oden, John Tinsley (2018), *Applied functional analysis*, CRC Press
- Edward Hurst, Martin Gould (2009), *Bridging the Gap to University Mathematics*, Springer
- Fischer, L., Hilton, J., Robinson, T. J., & Wiley, D. A. (2015). A multi-institutional study of the impact of open textbook adoption on the learning outcomes of post-secondary students. *Journal of Computing in Higher Education*, 27(3), 159–172. <https://doi.org/10.1007/s12528-015-9101-x>
- Ivić, I., Pešikan, A., Antić S. (2003), *Aktivno učenje 2: priručnik za primenu metoda aktivnog učenja/nastave*, Institut za psihologiju, Beograd
- Jung, E., Bauer, C., & Heaps, A. (2017). Higher education faculty perceptions of open textbook

- adoption. *International Review of Research in Open and Distance Learning*, 18(4), 123–141.
<https://doi.org/10.19173/irrodl.v18i4.3120>
- Levin, Oscar (2019), *Discrete Mathematics. An open Introduction*, openmathbooks.org
- Line, Saunders Mac. 1994. Responses to Theoretical Mathematics. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 190–93.
- Martin, M. T., Belikov, O. M., Hilton III, J., Wiley, D., & Fischer, L. (2017). Analysis of Student and Faculty Perceptions of Textbook Costs in Higher Education. *Open Praxis*, 9(1), 79.
<https://doi.org/10.5944/openpraxis.9.1.432>
- Meyer, A., Frederick, S., Burnham, T. C., Boyer, T. W., Ball, L. J., Pennycook, G., ... Schuldt, J. P. (2015). Supplemental Material for Disfluent Fonts Don't Help People Solve Math Problems. *Journal of Experimental Psychology: General*, 144(2), 194–195.
<https://doi.org/10.1037/xge0000049.supp>
- Rezat, S. (2009), *The utilization of mathematics textbooks as instruments for learning*, Justus-Liebig-University Giessen, Germany, 2009. <http://ife.ens-lyon.fr/publications/editionelectronique/cerme6/wg7-22-rezat.pdf>
- Shepperd, J. A., Grace, J. L., & Koch, E. J. (2008). Evaluating the Electronic Textbook: Is it Time to Dispense with the Paper Text? *Teaching of Psychology*, 35(1), 2–5.
<https://doi.org/10.1080/00986280701818532>
- Thurston, W. P. (1994). *On proof and progress in mathematics*. 30(2), 161–177.
- Uhl, J., & Davis, W. (1999). Is the Mathematics We Do the Mathematics We Teach? *Contemporary Issues in Mathematics Education*, 67–74. (<http://library.msri.org/books/Book36/files/uhl.pdf>)
- Wikibooks.org, https://en.wikibooks.org/wiki/Wikibooks:Textbook_considerations (pristupljeno 10. marta 2021.)
- José Picardo, <https://www.josepicardo.com/education/a-textbook-problem-seven-suggestions-to-improve-the-quality-of-published-resources/> (pristupljeno 12. februara 2021.)

